ANÁLISE COMBINATÓRIA UM OLHAR SOBRE O PRINCÍPIO FUNDAMENTAL DA CONTAGEM NO ENSINO MÉDIO

JULIANA VALENÇA CHRISTE ANTONINI

RESUMO: O artigo apresenta uma proposta qualitativa para a introdução da Análise Combinatória no ensino médio, utilizando o Princípio Fundamental da Contagem como ponto de partida para desenvolver o raciocínio lógico, crítico e a capacidade de resolução de problemas dos estudantes. O estudo parte da dificuldade que muitos alunos apresentam ao aprender esse conteúdo quando ele é trabalhado de forma tradicional, baseada principalmente na memorização de fórmulas e na aplicação mecânica de regras, sem que haja uma compreensão efetiva dos conceitos. Para superar essa dificuldade, os autores utilizam a Engenharia Didática como metodologia de pesquisa e a Teoria das Situações Didáticas como fundamentação teórica, desenvolvendo uma sequência didática composta por atividades contextualizadas, exploratórias e desafiadoras. A proposta busca colocar os alunos como participantes ativos do processo de aprendizagem, permitindo que desenvolvam suas próprias estratégias e construam conhecimentos a partir da resolução de situações-problema. A pesquisa envolveu etapas de análise preliminar, elaboração, aplicação e avaliação da sequência didática, além da observação das interações, dificuldades, avanços e formas de argumentação dos estudantes durante as aulas. Os resultados apontam que a metodologia utilizada favorece uma compreensão mais significativa da Análise Combinatória, estimula o interesse e a participação dos alunos e contribui para o desenvolvimento da autonomia, do raciocínio lógico e de habilidades importantes para a formação matemática. Dessa forma, o estudo demonstra que estratégias de ensino mais dinâmicas e contextualizadas podem tornar a aprendizagem da Análise Combinatória mais significativa e superar as limitações de práticas centradas exclusivamente na memorização de fórmulas.

PALAVRAS-CHAVE: Análise Combinatória, Princípio Fundamental da Contagem, Engenharia Didática, Teoria das Situações Didáticas, Sequência didática.

1. INTRODUÇÃO

A Análise Combinatória está presente na grade curricular do Ensino Médio e Superior, sendo considerada muitas vezes pelos alunos e professores como um tema difícil e confuso de ser trabalhado, inclusive pelas autoras do presente artigo e licenciandas do curso de matemática nas duas fases acadêmicas nas quais vivenciaram. Atribuímos parte

desta dificuldade, na forma que ocorreu a apresentação do tema no Ensino Médio, onde nos eram apresentadas a definição, exemplos de aplicação e exercícios de arranjo e combinação, separadamente.

Esteves (2001) analisou a apresentação de cinco livros didáticos sobre o tema e verificou que, em três deles a definição de arranjo e combinação já está pronta para aplicação, e é tratada separadamente. Nos outros dois, o conceito é dado simultaneamente e somente em um deles, existe um reforço de qual conceito deverá ser utilizado, se a ordem dos elementos será importante ou não para resolução do exercício.

Para o PCN+ (BRASIL, 2002, p. 126) é de extrema importância a construção do pensamento matemático, dando ao aluno a independência de escolher qual caminho ou conceito deverá ser seguido ou aplicado, enxergamos que com o Princípio Fundamental da Contagem esse pensamento é evidenciado positivamente.

“A Contagem, ao mesmo tempo que possibilita uma abordagem mais completa da probabilidade por si só, permite também o desenvolvimento de uma nova forma de pensar em Matemática denominada raciocínio combinatório. Ou seja, decidir sobre a forma mais adequada de organizar números ou informações para poder contar os casos possíveis não deve ser aprendido como uma lista de fórmulas, mas como um processo que exige a construção de um modelo simplifica-

do explicativo da situação."

Segundo Esteves (2001) os problemas propostos da sequência didática devem conduzir os alunos ao pensamento matemático, a princípio sem a utilização de fórmulas, com todos os passos da construção do conceito.

Não pretendemos abordar todo o conteúdo de análise combinatória com os alunos mediante a sequência didática, mas apresentar uma introdução do tema, utilizando o Princípio Fundamental da Contagem, verificando as possíveis resoluções do grupo, facilitando assim uma abordagem futura ou a revisão dos conceitos.

Considerando as análises e pressupostos acima, pretendemos analisar os seguintes problemas de pesquisa.

"É possível, a partir de uma sequência didática desenvolver uma introdução ao raciocínio combinatório em alunos da 2ª série do Ensino Médio, utilizando somente a noção intuitiva do Princípio Fundamental da Contagem?". O outro problema seria "Com o auxílio de problemas desafiadores composto de materiais concretos, podemos obter um maior sucesso na compreensão, desenvolvimento e interação dos alunos?"

A utilização de fórmulas é de extrema importância para otimização de tempo na resolução de exercícios com quantidade de dados muito extensa, mas pretendemos que os

alunos participantes da sequência didática proposta, consigam compreender a construção das fórmulas, e aplicá-la de forma consciente e não mecânica.

Para responder tais questionamentos, delineamos alguns objetivos nos quais serão necessários alcançar para concluir estes pensamentos.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

Este trabalho foi fortemente embasado na Teoria das Situações Didática de Guy Brousseau, usaremos os princípios desta teoria para a elaboração e execução de nossa sequência didática. Tal teoria é um referencial para o ensino e aprendizagem em educação matemática, onde estão relacionados, o professor, o aluno e o saber matemático, discorreremos a seguir um pouco mais sobre os conceitos desta teoria.

2. 1 TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS

Os estudos que deram origem a Teoria das Situações Didáticas, se iniciaram no Instituto de Pesquisas no Ensino de Matemática (IREM) na França, no final da década de 60, dentro do Movimento da Matemática Moderna.

De acordo com Machado (apud 2002, p. 67),

"Uma situação didática é um conjunto de relações estabelecidas explicitamente ou implicitamente entre um aluno ou um grupo de alunos, num certo meio, compreendendo eventualmente instrumento e objetos, e um sistema educativo (o professor) com a finalidade de possibilitar a estes alunos ue saber constituído ou em vias de constituição (...) o trabalho do aluno deveria, pelo menos em parte reproduzir características do trabalho científico propriamente dito, como garantia de uma construção efetiva de conhecimentos pertinentes." (apud MACHADO, 2002, p.67)

O objeto primordial de estudo desta teoria não é o sujeito cognitivo, mas a situação didática, onde é verificado entre o professor, o aluno e o saber. Situações didáticas que são fracassadas, também contam, pois, o erro é fonte de informação. Nesta teoria o professor deve providenciar situações favoráveis à aprendizagem do aluno e o aluno por sua vez deve "devolver" ao professor o aceite do desafio proposto, propondo-se a agir em busca de seu conhecimento. Segundo Brousseau, as intenções do aluno e do professor frente à situação didática são reguladas pelo contrato didático.

No processo de aprendizagem das situações didáticas, existem algumas variáveis que o professor não consegue ter controle e outras variáveis em que o professor consegue razoavelmente controlá-las. Diante das variáveis em que o professor não consegue

diretamente controlar, surge o conceito de situações didáticas.

Segundo Machado (2002) "(...) uma situação a-didática se caracteriza essencialmente pelo fato de representar determinados momentos do processo de aprendizagem nos quais o aluno trabalha de forma independente, não sofrendo nenhum tipo de controle direto por parte do professor.", ou seja, o professor participará ativamente da construção de uma atividade a ser aplicada, pensando que a sequência deverá fazer com que o aluno construa seu raciocínio matemático a cada atividade sozinho ou com seus colegas (caso seja em grupo a aplicação) e no momento da aplicação da atividade, o professor agirá como um mediador nas discussões dos alunos, mas sem a sua interferência direta na resolução.

2. 2 Tipologia das Situações Didáticas:

Brousseau, analisa as principais atividades específicas da aprendizagem.

Situação de ação: nesta situação o aluno que está envolvido com a resolução do problema, reflete e simula tentativas para resolvê-lo.

Situação de formulação: segundo Machado (2002), nesta situação o aluno utiliza na resolução do problema alguns modelos ou esquemas teóricos, além de mostrar um trabalho com informações teóricas, utilizando uma linguagem mais apropriada.

Situação de validação: nesta situação o aluno utiliza uma linguagem matemática mais apropriada, ou seja, utiliza mecanismos de prova (demonstração).

Situação de institucionalização: "As situações de institucionalização visam estabelecer o caráter da objetividade e universalidade do conhecimento." (MACHADO, 2002, p.82).

3. METODOLOGIA

3.1 **ENGENHARIA DIDÁTICA**

A Metodologia de pesquisa utilizada neste trabalho é a Engenharia Didática, essa nos permite ter uma pesquisa com caráter qualitativo na qual é possível analisar situações ocorridas na sala de aula por meio de uma sequência didática. A Engenharia Didática foi criada na década de 80 na França, a partir de discussões iniciadas no IREM sobre a Didática da Matemática. A francesa Michèle Artigue que diz que nessa metodologia de pesquisa, o trabalho didático do professor é comparável ao trabalho de um engenheiro, pois este utiliza-se dos conhecimentos científicos prévios que já tem, para lidar com problemas práticos que vão além do conhecimento científico, onde ele tem que construir soluções.

Segundo Artigue a Engenharia Didática pode ser subdividida em quatro fases: Análise preliminar: levantamento bibliográfico onde é considerado o quadro teórico didático geral e os conhecimentos didáticos já adquiridos sobre o estudo em questão.

As análises preliminares mais frequentes são:

• epistemológica dos conteúdos pretendidos pelo ensino;

• ensino atual e seus efeitos;

• concepção dos alunos, das dificuldades e dos obstáculos que contemplam sua evolução;

• campo de restrições em que ocorrerá a realização didática efetiva

Concepção e análise a priori: a partir da análise preliminar o pesquisador define variáveis de comando nas quais o ensino pode atuar, essas variáveis são subdivididas em variáveis microdidáticas e variáveis macrodidáticas, podendo ser específicas ou gerais dependentes do conteúdo a ser estudado. A análise a priori tem como objetivo determinar no que as escolhas feitas permitem controlar os comportamentos dos alunos e com o auxílio das variáveis é possível fazer um controle de sentido. A análise é dividida em três partes:

• epistemológica: características do saber decorrentes de cada escolha;

• cognitiva: características cognitivas do público ao qual se dirige o ensino;

• didática: características do funcionamento do sistema de ensino, onde é possível prever

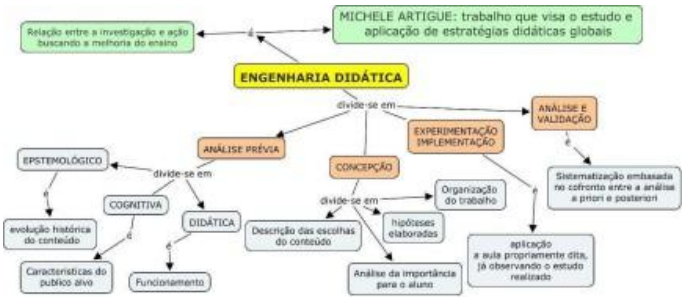
os comportamentos.

A análise a priori ainda objetiva a consideração do aluno sob dois aspectos: o descritivo e o previsível.

• Experimentação: é a fase em que é colocado em prática a sequência didática construída. É importante explicar os objetivos da atividade aos alunos, estabelecer um contrato didático com eles e durante a atividade observar e registrar o desenvolvimento deles.

• Análise a posteriori e validação: nesta fase são analisados os dados obtidos durante a experimentação com o registro das observações das sequências didáticas e dados complementares como questionários e entrevistas. Para a validação das hipóteses levantadas é necessário a confrontação das análises, a priori e a posteriori.

Na imagem abaixo é possível ver o conceito de Engenharia Didática e suas subdivisões.



Disponível em: <http://miragem2010.pbworks.com/w/page/24254529/FrontPage> Acesso em: 16 out.

2017.

3. 2 ANÁLISES PRELIMINARES

Segundo Gonçalves (2014) acredita-se que a análise combinatória teve origem na antiguidade, e que através de Arquimedes[3] houve o conhecimento sobre os problemas de contagem, entretanto a teoria combinatória só surgiu no final do século XVI com a necessidade de cálculos de possibilidades dentro dos jogos de azar, e somente a partir do século XVII é que foi desenvolvido formalmente a análise combinatória.

O tema análise combinatória é muito relevante no mundo de hoje, verificamos suas aplicações e necessidades dentro do mercado de trabalho, como análise de dados, solucionando problemas sociais e econômicos utilizando a estatística como forte aliado, portanto o seu ensino é incentivado pelos documentos oficiais. Segundo as Orientações curriculares para o ensino médio.

De acordo com BRASIL (2026, P. 79),

"[...] os alunos precisam adquirir conhecimentos sobre o levantamento de possibilidades e a medida da chance de cada uma delas. A combinatória não tem apenas a função de auxiliar o cálculo das probabilidades, mas tem interrelação estreita entre as idéias de experimento composto a partir de um espaço amostral discreto e as operações combinatórias."

A partir da análise desses documentos, é possível verificar que o ensino de análise combinatória deverá preferencialmente ocorrer no ensino médio, em especial na 2ª série. O PCN+ sugere ainda que os problemas de contagem sejam inseridos juntamente com o Princípio Multiplicativo, no qual os alunos deverão: decidir a forma mais adequada de

organizar os números e as informações, no objetivo de simplificar os cálculos quando é encontrada uma grande quantidade de eventos ou dados; identificar as regularidades e estabelecer regras de resolução; e identificar dados e relações envolvidas na situação-problema, que sejam possíveis de aplicar o raciocínio combinatório, pelos processos de contagem.

Esteves (2001) atesta que se o aluno interagir com o conceito de análise combinatória através de situações significativas utilizando-se de representações (diagramas, desenhos, tabelas, enumerações ou a árvore de possibilidades), ou, ainda, de construção do conceito por meio de materiais concretos, onde aja a possibilidade de discutir ideias, ele terá maior oportunidade de aprender o objeto matemático. Esteves ainda realizou uma pesquisa com cinco livros didáticos e constatou que a inserção do tema de Análise Combinatória é distinta nos mesmos, somente um tratou o conceito de permutação e arranjo pelo Princípio Fundamental da Contagem, ou seja, os outros não fizeram a

construção juntos aos seus alunos, apresentaram fórmulas de arranjos, combinações e permutações.

Em Sabo (2010), foi realizado entrevistas com professores que lecionam ou lecionaram nas redes públicas e privadas de educação o tema análise combinatória, onde fez-se uma análise decorrente a formação inicial do professor e a influência que esta formação ocasionou na vivência destes em sala de aula. Foi visto também que a maioria dos professores que foram entrevistados valorizam a memorização e o emprego de fórmulas sem haver a preocupação de justificá-las.

A partir das conjecturas levantadas anteriormente e por nossas próprias experiências, como alunas que tiveram um ensino totalmente voltado a memorização e utilização de fórmulas de forma automática, sem a necessidade prévia de ponderar sobre o que se quer aprender, acreditamos que o ensino de análise combinatória deverá ser iniciado por meio da construção do pensamento combinatório de forma intuitiva e sem a utilização inicialmente de fórmulas prontas, onde estas possam ser um produto do que já foi trabalhado e sabido e não o ponto de partida para a aprendizagem da análise combinatória.

3.3 SEQUÊNCIA DIDÁTICA

A sequência didática tem como objetivo introduzir o pensamento combinatório por meio da resolução de problemas de contagem, utilizando temas mais próximos da realidade do aluno e que possibilitem um aprendizado eficaz por meio de situações didáticas e situações a-didáticas nas quais não são inseridas inicialmente fórmulas e teorizações excessivas para construir a ideia do Princípio Fundamental da Contagem, de

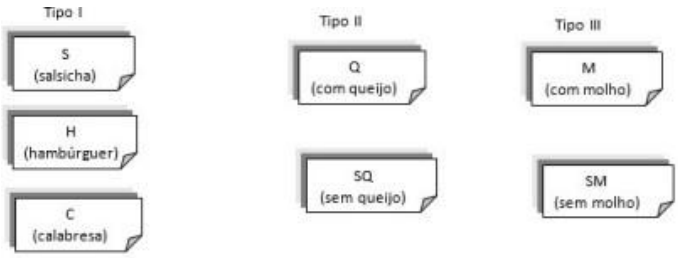
acordo com PCN+ (2002, p; 126-127),

"[...] As fórmulas devem ser consequência do raciocínio combinatório desenvolvido frente a resolução de problemas diversos e devem ter a função de simplificar cálculos quando a quantidade de dados é muito grande. Esses conteúdos devem ter maior espaço e empenho de trabalho no ensino médio, mantendo de perto a perspectiva da resolução de problemas aplicados para se evitar a teorização excessiva e estéril."

ATIVIDADE 01: montando um lanche.

Querendo escolher um lanche na cantina, um aluno observa as opções. São oferecidos 3 tipos de recheio: salsicha, hambúrguer e calabresa. Os sanduíches podem ser servidos com ou sem queijo e a pessoa pode ainda escolher com ou sem molho.

Usando cartões para representar cada item a ser colocado no lanche, como exemplificamos abaixo, monte todos os lanches possíveis com estes ingredientes (cada opção deve ser formada por 3 cartões, um de cada tipo), seguindo a ordem dos tipos relacionados:



Fonte: "Introdução ao Pensamento Combinatório" de Cileda de Queiroz e Silva Coutinho e Maria Inez Rodrigues Miguel.

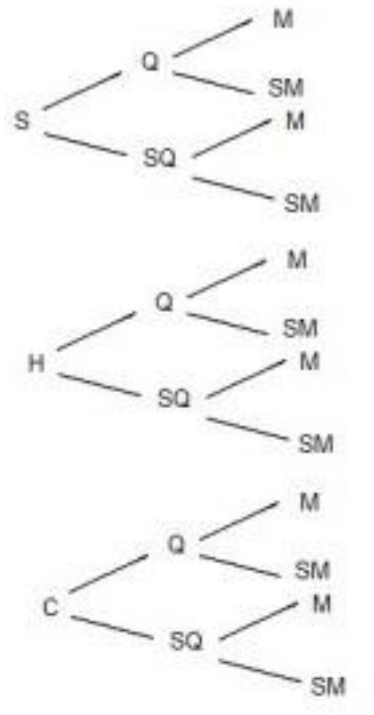
a) Quais e quantos são os possíveis tipos de sanduíche que o aluno pode pedir?

S = {S, Q, M}; {S, Q, SM}; {S, SQ, M}; {S, SQ, SM}; {H, Q, M}; {H, Q, SM}; {H, SQ, M};

{H, SQ, SM}; {C, Q, M}; {C, Q, SM}, {C, SQ, M}; {C, SQ, SM}.

O aluno poderá escolher entre os 12 tipos de sanduíches.

b) Como você pode representar estas opções usando uma árvore de possibilidades?



Fonte: Elaborada pela autora

ATIVIDADE 02: mapa do Brasil

O mapa abaixo representa a divisão do Brasil em suas regiões. Ele deve ser colorido de maneira que regiões com uma fronteira em comum sejam coloridas com cores distintas. Determine o número (n) de maneiras de se colorir o mapa, usando 5 cores (verde, vermelho, amarelo, azul e laranja) no máximo.



Disponível em:<http://www.mapasparacolorir.com.br/mapa-brasil.php> Acesso em: 23 abr. 2018.

Norte (NO) (qualquer cor)	Nordeste (NE) (todas menos NO)	Centro Oeste (CO) (todas menos NO e NE)	Sudeste (SE) (todas menos NE e CO)	Sul (todas menos CO e SE)
5 .	4 .	3 .	3 .	3 = 540

Fonte: Elaborada pela autora

3.4 EXPERIMENTAÇÃO

A experimentação ocorreu em uma Escola Estadual de Itapecerica da Serra, com alunos da 2ª série e tivemos a oportunidade de aplicar com a 3ª série do Ensino Médio, durante as aulas de matemática, com o acompanhamento da professora de matemática efetiva desta escola, durante o primeiro semestre letivo do ano de 2018. Em ambas as turmas foram divididos grupos de 3 e 4 alunos cada.

A experimentação em ambas as turmas durou no total para cada uma, cerca de duas horas aula o que equivale a 01h40min, onde 10 minutos foram utilizados para apresentação das autoras e da proposta de atividade, e, ainda, para distribuição do material necessário para a realização dos problemas propostos; 1 hora destinou-se a realização e discussão da atividade entre os integrantes de cada grupo; 20 minutos destinou-se a resolução e explicação dos problemas no quadro negro e os 10 minutos finais destinou-se a dúvidas e comentários sobre o que os alunos acharam da atividade.

A sequência didática elaborada foi baseada nos conceitos da Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau, sendo assim os alunos não foram informados inicialmente sobre o objeto de estudo ao qual se tratava a atividade. Entretanto foi estabelecido um contrato didático entre as autoras deste trabalho e os alunos aos quais participaram da atividade, onde estes foram informados que nós (as autoras) éramos estudantes do curso de licenciatura em matemática da FMU, e estávamos na escola para aplicar uma atividade com turmas do ensino médio referente ao nosso trabalho de conclusão de curso, em que a Teoria que nos baseamos para a elaboração da atividade, não nos permitia interferir ou explicar como se resolvia os problemas propostos, mas que ao final da atividade iriamos resolver junto com eles no quadro negro estes problemas. O contrato didático foi respeitado por ambas as partes.

Os alunos das duas turmas se mostraram interessados e se propuseram a fazer as atividades.

4. CONCLUSÃO

As evidências produzidas no âmbito deste estudo indicam que a introdução do pensamento combinatório, mediada por uma abordagem intuitiva e não formalista do

Princípio Fundamental da Contagem (PFC), quando estruturada segundo os pressupostos da Engenharia Didática, configura-se como uma alternativa epistemologicamente consistente e didaticamente viável para o ensino de Análise Combinatória no Ensino Médio. Tal abordagem possibilita a mobilização de esquemas operatórios prévios e favorece a construção progressiva de significados, em detrimento da mera aplicação mecânica de fórmulas.

A incorporação da Teoria das Situações Didáticas (TSD) mostrou-se particularmente profícua na organização do milieu didático, na medida em que orientou a elaboração de situações adidáticas potencialmente ricas em conflitos cognitivos, promovendo a descentração do papel do professor e a consequente valorização da autonomia intelectual dos estudantes. Nesse contexto, observou-se que os processos de validação, institucionalização e devolução foram fundamentais para a regulação das aprendizagens, permitindo que os alunos transitassem entre diferentes registros de representação e estratégias heurísticas. Ressalta-se, ainda, que o erro, longe de ser concebido como falha, assumiu estatuto epistemológico relevante, constituindo-se como indício dos processos de construção conceitual em curso.

No que se refere aos recursos didáticos, os dados apontam que a utilização de materiais concretos atuou como mediador semiótico essencial, contribuindo para a redução do nível de abstração inicial e favorecendo a internalização progressiva dos conceitos. Tais recursos potencializaram a exploração de regularidades, a formulação de conjecturas e a explicitação de invariantes operatórios. Em contraste, a ausência desses mediadores esteve associada a uma menor densidade de interações e a uma limitação na diversidade de estratégias mobilizadas, evidenciando sua relevância no processo de transposição didática interna.

Ademais, apesar das distinções nos perfis comportamentais das turmas analisadas, verificou-se uma convergência no que tange ao engajamento e à responsividade às situações propostas, o que sugere a robustez da abordagem frente a diferentes contextos de sala de aula. A etapa de institucionalização, conduzida por meio da mediação docente, mostrou-se indispensável para a formalização dos saberes produzidos, assegurando a articulação entre o conhecimento construído no plano empírico e sua legitimação no âmbito do saber escolar.

Diante disso, infere-se que a abordagem adotada favorece não apenas a apropriação dos conceitos de Análise Combinatória, mas também o desenvolvimento de competências cognitivas superiores, tais como o raciocínio lógico-dedutivo, a capacidade de argumentação e a autonomia na resolução de problemas. Trata-se, portanto, de uma proposta que se alinha a perspectivas contemporâneas de ensino, centradas na aprendizagem significativa e na participação ativa do estudante.

Por fim, destaca-se a necessidade de ampliação de investigações que explorem a aplicabilidade dessa abordagem em diferentes níveis de ensino e conteúdos matemáticos, bem como estudos que aprofundem a análise dos processos cognitivos e didáticos envolvidos. Tais desdobramentos poderão contribuir para o refinamento

teórico-metodológico da proposta e para sua consolidação no campo da Educação Matemática.

5. REFERÊNCIAS

BRASIL, Orientações Curriculares para o ensino médio. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília, 2006. – pg 78 à 80. Disponível em:

<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf>. Acesso em: 10 mai. 2018.

BRASIL, Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+). Ciências da Natureza e Matemática e suas tecnologias. Brasilia: MEC, 2006. - pg 126 à 132. Disponível em: <http://portal.mec.g

ov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>. Acesso em: 07 abr. 2018

EMP – Educação Matemática Pesquisa. Reconhecendo o princípio fundamental da contagem como estratégia na resolução de problemas combinatórios. Disponível em: < https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/22410/pdf>. Acesso em: 01 mai. 2018.

ESTEVES, I. Investigando os fatores que influenciam o raciocínio combinatório em adolescentes de 14 anos – 8ª série do ensino fundamental. 2001. 203 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2001. [Orientador: Profª Dra. Sandra M. P. Margina]. Disponível em: < https://sapientia.pucsp.br/handle/handle/18495>. Acesso em: 08 abr. 2018.

FERREIRA, M. V. V.; SILVA, N. A. e TOZETTI, K. D. Um estudo sobre a situação didática de Guy Brousseau. Disponível em: <educere.bruc.com.br/arquivo/pdf2015/18159_8051.pdf>. Acesso em: 01 mai. 2018.

GONÇALVES, R. R. S. Uma abordagem alternativa para o ensino de análise combinatória no ensino médio. 2014. 111 p. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada, Rio de Janeiro, 2014. [Orientador: Profº Dr. Roberto Imbuzeiro Oliveira]. Disponível em: <file:///D:/TCC%20%20Análise

%20combinatória/TCC/Artigos%20utilizados/rafaela_goncalves.pdf>. Acesso em: 03 mai. 2018.

GUIMARÃES, R. S. Noções de contagem – princípio multiplicativo. Disponível em:

<http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=12340>. Acesso em: 01 mai. 2018.

MACHADO, Silvia Dias Alcântara et al. Educação Matemática: uma introdução. 2. ed. São Paulo: EDUC, 2002. 212 p.

PESCUMA, Derna; CASTILHO, Antonio Paulo Ferreira de. Projeto de Pesquisa – o que é?

Como fazer?: um guia para sua elaboração. 8. ed. São Paulo: Olho d'Água, 2013. 108 p. Revistas PUC-SP. O que os dados do SAEB nos dizem sobre o desempenho dos estudantes em Matemática?. Disponível em:

<https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/viewFile/22442/pdf>. Acesso em: 01 mai.

2018.

SABO, R. D. D. Saberes Docentes: a análise combinatória no ensino médio. 2010. 210 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2010. [Orientador: Profª Dra. Cileda de Queiroz e Silva Coutinho]. Disponível em: <https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11440?mode=full>. Acesso em: 03 abr. 2018.

SANTOS, I. N. dos; MARIA, M. R. Análise Combinatória sem fórmulas: a importância do princípio multiplicativo. 2015. 89 p. Monografia (Graduação em licenciatura em matemática) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, Campos dos Goytacazes, 2015. [Orientador: Profª Me. Ana Paula Rangel de Andrade]. Disponível em:

<http://licenciaturas.centro.iff.edu.br/cursos licenciatura>

SIQUEIRA, C. F. R. Didática da Matemática: uma análise exploratória, teoria e prática em um curso de licenciatura. 2013. 118 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2013. [Orientador: Dr. João Feliz Duarte de Moraes]. Disponível em:

<https://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/93375/000915491.pdf?sequence

=1>. Acesso em: 16 out. 2017.

SOUZA, Lourdes. O Teorema das Quatro Cores. Disponível em:

<http://www.ipv.pt/millenium/Millenium24/12.pdf>. Acesso em: 01 mai. 2018.

TEIXEIRA, P. J. e PASSOS, C. C. M. Um pouco da teoria das situações didáticas (tsd) de Guy Brousseau. Periódico SBU Disponível em:

<https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/inde

x.php/zetetike/article/download/8646602/13504>.

Acesso em: 01 mai. 2018.